

Défi des fokontany

Recueil COMIMa — Techniques de résolution de problèmes · 2026 · Madagascar

Trois fokontany, appelés A , B et C , présentent chacun 4 candidats pour organiser une fête communale. Il y a donc 12 candidats au total.

On souhaite former un comité de 5 personnes.

1. Combien de comités de 5 personnes peut-on former sans aucune contrainte ?
2. On exige désormais que chacun des trois fokontany soit représenté par au moins une personne.
Combien de comités peut-on former ?

Indication : compter tous les comités, puis retirer ceux dans lesquels l'un des fokontany n'est pas représenté.

3. Dans chaque comité satisfaisant la condition précédente, on désigne :
 - un président ;
 - un trésorier.

Le président et le trésorier doivent appartenir à deux fokontany différents.

Combien d'organisations différentes peut-on former ?

Indication : on pourra commencer par choisir les fokontany du président et du trésorier, puis les personnes occupant ces fonctions, et enfin les trois autres membres du comité.

4. Soa et Tovo sont deux candidats du fokontany A . À la suite d'un désaccord, ils refusent de siéger ensemble dans le même comité.

Combien de comités de 5 personnes peut-on former si :

- chacun des trois fokontany doit être représenté ;
- Soa et Tovo ne peuvent pas appartenir simultanément au comité ?

5. On impose maintenant simultanément toutes les contraintes suivantes :

- le comité contient 5 personnes ;
- chacun des trois fokontany est représenté ;
- le président et le trésorier appartiennent à deux fokontany différents ;
- Soa et Tovo ne siègent pas ensemble.

Combien d'organisations différentes peut-on former ?

Indication : partir du résultat de la question 3 et retirer les organisations interdites contenant à la fois Soa et Tovo. Pour compter ces organisations interdites, distinguer plusieurs cas selon les fonctions éventuellement occupées par Soa et Tovo.

Réponses : $Q_1 = 792$, $Q_2 = 624$, $Q_3 = 9\,600$, $Q_4 = 544$, $Q_5 = 8\,384$.